

Q. (標準問題精講Ⅲ 例題 7)

解説の補助をお願いします。

A.

[回答者の頭の中]

まずこのグラフがどのような性質でどのような動き方をしているのかグラフを用いてみるのがよい。(1)は漸化式を説明せよであるから、具体的な値ではなく大まかな動きを説明すればよい。ここではまず $\sqrt{2\sqrt{2}x+6}$ を適当に書いてみる

ことが大切でまた、なぜ、 $y=x$ を書くのかを考えることが大切である。(2)につ

いては $x_{n+1} = \sqrt{2\sqrt{2}x_n + 6}$ を代入すればよい。 $\sqrt{2\sqrt{2}x_n + 6} - 3\sqrt{2}$ を式変形する上

で $\sqrt{2\sqrt{2}x_n + 6} - 3\sqrt{2} = |x_n - 3\sqrt{2}| \times m$ がでてほしい。するとあとは m と $\frac{2}{3}$ を比

べるだけである。このようにうまく式変形できればよい。ここで m に x があつ

ても比べるだけだからあまり気にしないほうがよい。(3)は(2)を使うんだなと気づ

き、そして $\frac{2}{3}$ という公比が1より小さいこと利用し挟みうちの原理を使う気づ

けば $x_n = \alpha$ と分かる。ポイントは公比が1より小さいから挟みうちの原理が使

[解説]

(1) $y=x$ と $y=\sqrt{2\sqrt{2}x+6}$ のグラフ書いてみる。 $x_{n+1}=f(x_n)$ とい変わった式に着目し

て、試しに書いてみる。すると $y=x$ と $y=\sqrt{2\sqrt{2}x+6}$ の交わる点で移動がストップしてしまふことに気づく。グラフを用いて説明してあげればよい。

(2)回答者の頭の中で説明したように $x_{n+1} = \sqrt{2\sqrt{2}x_n + 6}$ を代入すればよく式変

形し、 $|x_n - 3\sqrt{2}|$ をだすのが鍵。 m の評価については $x>0$ に注目するだけでよいので難しくない。

(3) (2)の式の形から、不等式を繰り返せばよいとすぐに分かる公比が1より小さいことに注目し、繰り返し不等式をつくり $|x_n - 3\sqrt{2}|$ が0にいくことを示せばよい