数学Ⅲ 基礎問題精講 解説

P140｜必修基礎問77

$\lim_{x\to 2+0} y$, $\lim_{x\to 2-0} y$ の求め方は、数ⅡB標準問題精講「標問91」解説を参考にする。

「解答」の上から6行目に、 $\lim_{x\to 2+0} y=+\infty$, $\lim_{x\to 2-0} y=-\infty$ という表記がありますが、

なぜこのようになるかは数ⅡB標準問題精講「標問91」で解説してあるので、そちらを確認してください。

・漸近線の存在する場所は３つだけ・・・　①不連続点　②x→∞　③x→－∞

漸近線は、どうやって求めたらよいでしょうか？

まず、原則があります。それは、漸近線が存在する場所は、次の3つしかないということです。

①不連続点（「基礎問77」では、x=2で不連続）
②x→　∞
③x→－∞

上記を踏まえて、漸近線には求め方が3つあります。

①不連続点での漸近線を見つけるたいとき・・・xをpに近づけてみる。
xを定数pに近づけたときにf(x)がどうなるかを調べます。右からまたは左から近づけてみて、もしもそれが＋∞（または-∞）に発散したら、x=pが漸近線であることがわかります。

式の形を見れば、どのようなpに近づけたらいいか予想できるはずです。

例： $y=\dfrac{1}{x-2}$ は、x=2に近づけたら発散しそう

②－１　x→∞での漸近線を見つけたいとき・・・x→∞をする
とにかく、x→∞をしてみましょう。すると、何かの定数に収束するはずです。

例： $f(x)=\dfrac{x}{e^x}$ について、 $\lim_{x\to\infty}\dfrac{x}{e^x}=0$ となるので、漸近線はy=0（x軸）

②－２「 xで割ってxを∞に飛ばす ⇨ 傾きa」&「axを引いてxを∞に飛ばす ⇨ y切片b」
もう一つは、f(x)をxで割って∞に飛ばしたとき、定数aが出たときは、それが漸近線の傾きになります。

基本的に、次のようなxの一次式が含まれている関数が該当します。

例：　$f(x)=2x+1+\dfrac{1}{x-1}$　は、xの一次式（2x）が含まれているので、この方法が使えそう

こうして求まった傾きaを用いて、次はf(x)からaxを引いてxを∞に飛ばします。こうして求まったのが、漸近線のy切片bとなります。

例：　$f(x)=2x+1+\dfrac{1}{x-1}$　の漸近線の傾きは2であることがわかったので、

$\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)-2x=\lim_{x\to\infty} 1+\frac{1}{x-1}=1$　となります。以上から、漸近線は2x+1であることがわかります。

③　x→－∞での漸近線を見つけたいとき・・・②x→∞のときと同様

x→－∞での漸近線を見つける方法はx→∞のときと同様に、x→－∞に飛ばすか、「 xで割ってxを－∞に飛ばす ⇨ 傾きa」＆「axを引いてxを－∞に飛ばす ⇨ y切片b」という手順で漸近線y=ax+bを求めるかのどちらかです。

上記のことを理解しておけば間違い無いですが、もしショートカットをするなら、解説の「ポイント」にまとまっているものです。もしこの形が出てきたらラッキーと思ってください。

＜ポイント＞

$y=mx+n+\dfrac{a}{x-p}$　2直線 x=p, y=mx+n
