

Q.(標準問題精講数学 1A P161 例題 71(2))

解説の補助をお願いします。

A.

場合の数は条件に当てはまるものを漏れなく、また重複なく数え上げることが重要です。そのときに「何が区別できて、何が同じと見なせるか」注意しながら考えましょう。

連続して並ぶことを考える場合、連続して並ぶものをあらかじめ 1 つのかたまりとして並べるとよいです。また先に作ったかたまりと単独のものとの連続するのを避けるため、先に 2,3,4,5 を並べ、その間に 1 や 1 のかたまりを、1 つの間に最大 1 つ入れ込むと考えます。

1 の連続のしかたは、連続しない、2 連続、3 連続、4 連続、5 連続の 5 パターンです。3 連続以上よりも 2 連続以下の方が考えるパターン数が少ないです。せっかく(1)で全事象を求めているので、余事象で求めましょう。

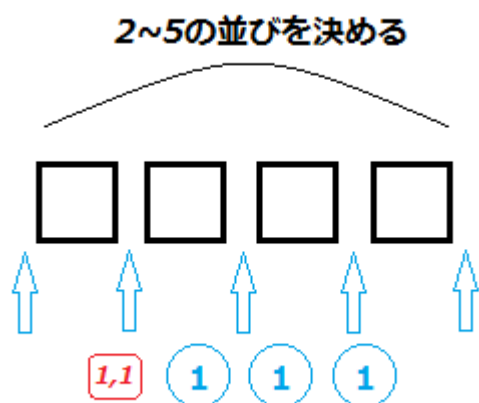
(i) 1 が連続しないとき

2~5 の入る場所を□とすると、並び方は

1□1□1□1□1

の 1 パターンです。□に並べる数字を決めれば並びが確定するので、4 つのものを 4 か所に並べるのは $4!=24$ 通り

(ii) 1 が 2 連続するとき



まず[1,1]という 1 つのかたまりを作っ
て

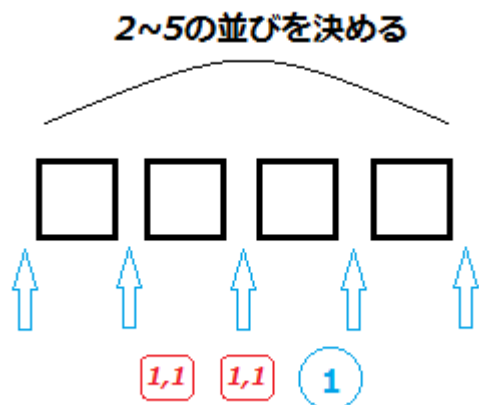
[1,1],1,1,1 の 4 つを考えます。ここで
[1,1]と 1 は区別ができることに注意し
てください。

2~5 を並べると $4!=24$ 通り

並べた 2~5 の間に [1,1],1,1,1 を入れ込

むと、間は5か所あるので5か所から入れ込む4か所を選ぶのは $5C4=5$ 通り
 さらに今選んだ4か所のうち[1,1]を入れる選び方は $4C1=4$ 通り
 以上より $24 \times 5 \times 4 = 480$ 通り

また、[1,1],[1,1],1 という連続のしかたもあります。



2~5を並べると $4! = 24$ 通り
 並べた2~5の間に[1,1],[1,1],1を入れ込むと、間は5か所あるので5か所から入れ込む3か所を選ぶのは $5C3=10$ 通り
 さらに今選んだ3か所のうち2つの[1,1]を入れる選び方は $3C2=3$ 通り
 以上より $24 \times 10 \times 3 = 720$ 通り

よって $480 + 720 = 1200$ 通り

(i)+(ii)より、
 $24 + 1200 = 1224$ 通り

これは余事象なので、求める場合の数は全事象3024通りから1224通りを引いて

$3024 - 1224 = 1800$ 通り