

# 数学III 基礎問題精講 解説

P83 | 演習問題47

## ポイント

① 直線と放物線で囲まれた面積は、 $\int_{\beta}^{\alpha} (x-\alpha)(x-\beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$  を使う

## 解説

(1)の正答率は83.3%あったので、(2)から解説していきます。

まずは問題文から、

① 点 $P_n$ は  $y=x^2$  上にあること

② 点 $P_n$ は  $\left(\frac{a}{2^n}, \frac{a^2}{2^{2n}}\right)$  で表されること (①を踏まえて)

が読み解けたでしょうか？ また、求める面積 $A_n$ は点 $P_n$ と点 $P_{n+1}$ と放物線によって囲まれる面積ということですが、

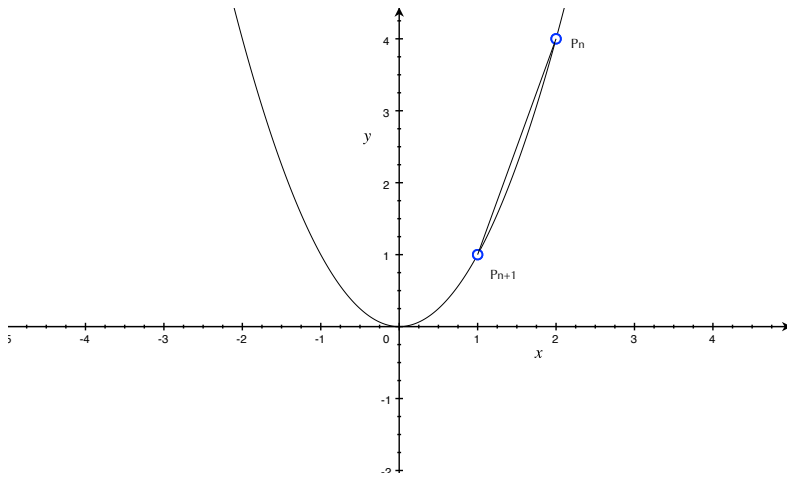
③ 点 $P_{n+1}$ は  $\left(\frac{a}{2^{n+1}}, \frac{a^2}{2^{2(n+1)}}\right)$  で表されること ( $P_n$ の $n$ を $n+1$ に変えただけ)

そして、

④ 点 $P_{n+1}$ は点 $P_n$ よりも小さい ( $x$ 座標が半分) であること

がわかりましたでしょうか？

ここまでがわかると、次のように図示できますね。



あとは、線分 $P_nP_{n+1}$ と放物線によって囲まれた面積を求めればよいですが、これは、

「基礎問題精講2B「107」」

と同じく、

$$\int_{\beta}^{\alpha} (x-\alpha)(x-\beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$$

を使って解くことができるので（ポイント①）、解答のようになります。

(3)は(2)ができた人はほとんどできていたので解説は省略します。

わからなかった人は「基礎問題精講3「46」」の無限級数の解説を読みましょう。