数学ⅡB 標準問題精講 解説

P134｜標問61

・方程式の解は、係数で決まっている【(2)に対応】

2次方程式が実数解を持つかどうかを判別するために、判別式を計算していました。
例えば、ax2+bx+c=0という2次方程式において、

D＝√b2-4ac≧0 ・・・実数解を持つ
D＝√b2-4ac＜0 ・・・実数解を持たない

ということがわかります。これが何を表しているかというと、

その方程式の解が実数を持つかどうかは、係数に左右される・・・（★）

ということです。**すべては係数に支配されているのです。**
よって、(2)で「kが正の実数値をとるとき」とありますが、これをどう考えたらよいかというと、

k2+2kx+y=0 を満たすような正の実数値kが存在するためには、どんな係数だったらよいの？

を求めるということです。あとは、解答のように場合分けして考えればよいのです。

・「直線y=ax+bが通る箇所」＝「x, yが、ax-y+b=0という関係を満たす」【(1)に対応】

問題文の内容は理解できたでしょうか？

そもそも「直線y=ax+bが通る箇所」が意味しているのは、「その箇所にあるx, yは、ax-y+b=0という関係を満たしている」ということです。逆に言えば、それ以外の箇所では、ax-y+b≠0なのです。問題文は、

「どのような実数αを選んでも、直線y=2αx-(α+1)2が決して通らない場合はいつか？」

ということを意味していますが、これはつまり、

「どのような実数αを選んでも、2αx-(α+1)2-y=0という解を持たない」

を意味しています。（★）のところでお伝えしたように、2次方程式が解を持つかどうかは係数によって決まっていますので、解を満たすような係数の関係を求めればよいのです。ということで、αに関する2次方程式

$\alpha 2+2(1-a)\alpha+b+1=0$

が解をもつように、判別式D>0となるような(x, y)の関係を求めればいいのです。

「基礎問47」「標問51」「標問62」「標問63」は、いずれも同じ考え方で解きますので、できるように
なったか確認してみてください。