

Q.(数 1A 基礎問題精講 p204 例題 126)

注の「(1)と(2)の同様に確からしいものが異なる」という説明がポイントを読んでもよく理解できません。

A.(1)の場合、 $P \rightarrow Q$ の最短経路が 4 通りあるのは分かると思いますが、その 4 通りを選ぶ確率が同じ(同様に確からしい)であり、そのうち Q を通るのは 3 通りなので、全 4 通りから 3 通りを選ぶ確率は $3/4$ になります。

一方で(2)の場合、まず P から上に行くか右に行くかを $1/2$ の確率で決めます(上に行くのと右に行くのは同様に確からしいから)。これ以降も交差点に着くたびに上に行くか右に行くかを $1/2$ の確率で決めます。ただし上(または右)に進めないときは進める方向に 1 の確率で(選択の余地なく)進みやがて Q に着きます。

(例 1) P から上に進んだ場合、それ以降は右にしか進めないので、 P から上に進む確率は $1/2$ ですがそれ以降は確率 1 となり
 $1/2 \times 1 \times 1 \times 1 = 1/2$ です。

(例 2) P からずっと右に進んでから Q に行く場合を考えます。 P から右に進んで突き当たるまでは、上に行く選択肢もあるので、各交差点で右に進む確率は $1/2$ です。突き当たった場所では、上には進めないで、確率 1 で上に進み Q に着きます。

するとこのルートをたどる確率は

$1/2 \times 1/2 \times 1/2 \times 1 = 1/8$ です。

(例 1)と違う確率になりました。

分かりやすく例えると(1)はカーナビでルートを検索して 4 つの候補から選ぶのに対し、(2)は道順を決めずに、行き当たりばったりで行く方向を選ぶぶらり旅です。

(1)では出発前から進む経路を決定するのにに対し、(2)では交差点に着く度にその場その場で行く方向を選ぶために、このような違いが生じるのです。