

146 数3 標準問題精講 P23 例題 8

Q. 精講では $a_n \leq 2$ を証明すればよいと言っているのに、なぜ解答では $0 < a_n < 2$ (p24 3 行目) として等号を除いているのかわからない。また、左側もなぜ $0 <$ で証明しているのかわからない。等号を入れたり、 $1 \leq$ にしてはダメなのか。

A. < 2 は等号を付けても構いません。等号を付けても解答と同様に証明できますし、最後にはさみうちの原理を適用するときにも問題がないからです。

また、 $0 <$ を $1 \leq$ として証明するのも問題ありません。ただし、解答の下から 2 行目の不等式を立てる際には a_n ではなく a_{n-1} に対して②の不等式が適用されていること ($0/n^2 < a_{n-1}/n^2 < 2^2/n^2$) に注意してください。 $1 \leq$ で証明しようとする、解答の下から 2 行目が $1 + 1/n^2 \leq \dots$ となりますが、これは 1 に収束するのではさみうちは適用できません。

恐らくはさみうちの原理はよく等号を付けない形で教わるため、解答ではそれに倣ってあえて等号を除いているのではないかと思います。