

Q.(基礎問題精講数学 3 P118 例題 66(3))

詳しい解説をお願いします。

A.まず(2)で求めた A,B の座標から、線分 AB の長さ $L(t)$ を t で表します。A,B はともに y 座標が同じなので、 x 座標の差が $L(t)$ になります。

$$L(t) = \left| 2t - \left(t - \frac{3}{t^3} \right) \right| = \left| t + \frac{3}{t^3} \right|$$

$t > 0$ なので絶対値の中は正です。したがって、絶対値がそのまま外れて

$$L(t) = t + \frac{3}{t^3}$$

この値の最小値を求めるために、 $L(t)$ を t で微分します。

$$L'(t) = 1 - \frac{9}{t^4}$$

ここで $L'(t) = 0$ とおくと、 $t = \sqrt{3}$

$L(t)$ の増減は以下の通りになります。

t	...	$\sqrt{3}$...
$L'(t)$	-	0	+
$L(t)$	↘	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	↗

これより、 $L(t)$ は $t = \sqrt{3}$ のとき、最小値 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ をとります。