

Q.(基礎問題精講数学 1A P47 演習 25(3))

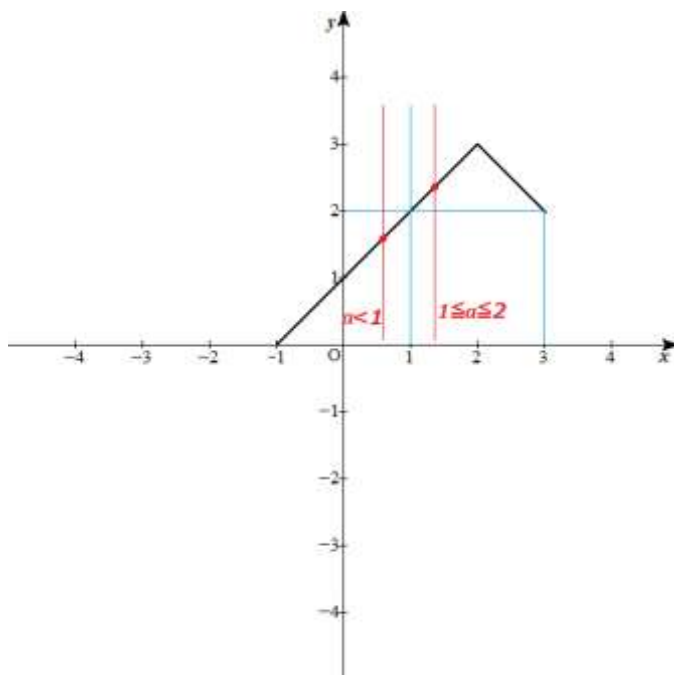
場合分けの仕方が分かりません。

A. $a < 2 < b$  である  $a, b$  があり、 $a \leq x \leq b$  の範囲で関数の値域(最大値と最小値)を求めます。

関数の最大値、最小値を求めるときに重要なのは「関数はどの場所で最大値、最小値をとるかを、グラフを見ながら考えること」です。

$x$  が全実数をとる場合、関数は  $x=2$  で最大値 3 をとるので、この  $x=2$  が範囲に入るかどうか判断する必要があります。  $a$  は 2 より小さく、  $b$  は 2 より大きいという条件があるため、 $a \leq x \leq b$  は必ず  $x=2$  を含みます。これより、 $a \leq x \leq b$  の中で関数の最大値も  $x=2$  のときの  $y=3$  なので、 $2-a \leq y \leq b$  と比較すると  $b=3$  と決定できます。

次に  $a \leq x \leq b$  の範囲の中で最小値をとれる場所はどこになるか考えます。いま、  $b=3$  と分かっているので  $x$  の範囲は  $a \leq x \leq 3$  です。このグラフは 2 つの直線から成り立っているため、最小値は  $x$  の範囲のどちらかの端、つまり  $x=a$  のときか  $x=3$  のときです。



グラフを見ると  $x=3$  のとき、 $y=2$  ですが、 $y=2$  となる場所は他にも  $x=1$  があります。  $x=1$  より左側では  $y$  は 2 より小さく、  $x=1$  より右側では  $y$  は 2 より大きくなります。これより  $x$  の範囲の左端である  $x=a$  の値による場合分け、つまり  $a < 1$  であるか  $1 \leq a < 2$  であるかの 2 通りで場合分けが生じます。なお  $a \leq 1$  と  $1 < a < 2$  のように等号を別の方につけて場合分けしても構いません。