

Q.(基礎問題精講数学 1A P47 演習 25(3))

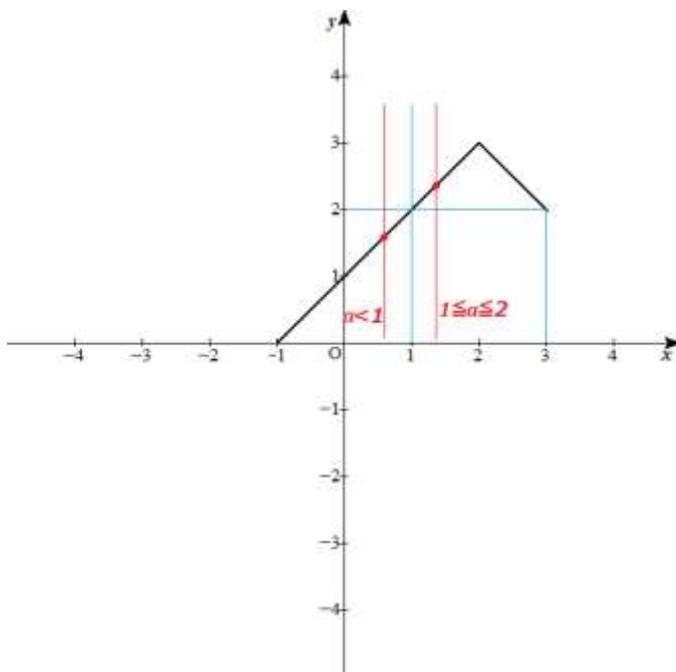
場合分けの仕方が分かりません。

A. $a < 2 < b$ である a, b があり、 $a \leq x \leq b$ の範囲で関数の値域(最大値と最小値)を求めます。

関数の最大値、最小値を求めるときに重要なのは「関数ほどの場所で最大値、最小値をとるかを、グラフを見ながら考えること」です。

x が全実数をとる場合、関数は $x=2$ で最大値 3 をとるので、この $x=2$ が範囲に入るかどうか判断する必要があります。 a は 2 より小さく、 b は 2 より大きいという条件があるため、 $a \leq x \leq b$ は必ず $x=2$ を含みます。これより、 $a \leq x \leq b$ の中で関数の最大値も $x=2$ のときの $y=3$ なので、 $2-a \leq y \leq b$ と比較すると $b=3$ と決定できます。

次に $a \leq x \leq b$ の範囲の中で最小値をとれる場所はどこになるか考えます。いま、 $b=3$ と分かっているので x の範囲は $a \leq x \leq 3$ です。このグラフは 2 つの直線から成り立っているので、最小値は x の範囲のどちらかの端、つまり $x=a$ のときか $x=3$ のときです。



グラフを見ると $x=3$ のとき、 $y=2$ ですが、 $y=2$ となる場所は他にも $x=1$ があります。 $x=1$ より左側では y は 2 より小さく、 $x=1$ より右側では y は 2 より大きくなります。これより x の範囲の左端である $x=a$ の値による場合分け、つまり $a < 1$ であるか $1 \leq a < 2$ であるかの 2 通りで場合分けが生じます。なお $a \leq 1$ と $1 < a < 2$ のように等号を別の方につけて場合分けしても構いません。