

Q. (基礎問題精講 1A 演習 95)

解説を見てもよくわかりません。

A.

$$x^2 - 2mx + 2m + 7 = 0$$

の解は、二次方程式の解の公式より

$$x = m \pm \sqrt{m^2 - 2m - 7}$$

となります。

この2つの解のうち、小さい方の解を α 、大きい方の解を β とすると、($\alpha \leq \beta$ とすると)

$$\alpha = m - \sqrt{m^2 - 2m - 7} \dots\dots①$$

$$\beta = m + \sqrt{m^2 - 2m - 7} \dots\dots②$$

となります。①②をたすと

$$\alpha + \beta = 2m \dots\dots③$$

①②をかけると

$$\alpha\beta = m^2 - (\sqrt{m^2 - 2m - 7})^2 = 2m + 7 \dots\dots④$$

となりますので、③④から m を消去して

$$\alpha\beta = \alpha + \beta + 7$$

が成立することになります。あとはこの式をみたす整数を因数分解などを使って求めていくこととなります。これ以降は問題集の解答よりも詳しく説明すべき内容が特にありませんので、問題集の解答を参照して頂ければと思います。

この問題を解くにあたり、何故 $\alpha + \beta$ や $\alpha\beta$ といった値を考える必要があったり、思いつくことが出来るのか、疑問に思われるかもしれません。詳しくは数 II の解と係数の関係という分野で習う内容となり、その内容を知っていれば、解答やここで与えた説明よりもはるかに簡単に③や④を導くことが出来るようになります。数 II を習ってからですと、本設問のような解答も無理なく理解したり、思いつくことが出来るのではないかと思います。